条件文「A ならば B」は命題ではない？
〜 論理学における条件法の真理値設定の問題点

2022 年 6 月 11 日　宮国淳
http://miya.aki.gs/mblog/
※2022 年 6 月 12 日に 5 章を一部修正
※2022 年 6 月 16 日に 1 ページの文章を修正
※2022 年 6 月 20 日に 5 章の一部修正

『数学にとって証明とはなにか』（瀬山士郎著、講談社）を読んで、もともとあった論理学における条件文・条件法への違和感がさらに強まってしまったので、その問題点をまとめてみました。

本稿では、前件が偽ならば後件が真であれ偽であれ全体として真になるという、条件法の論理学的真理値設定が普遍性を持つという根拠をどこにも見いだせないこと、そしてその論理学的真理値設定が本当にトートロジーと呼べるのか疑わしい論理を生み出していることを指摘しています。

論理学の専門家の方々からのご意見もいただければ幸いです。

＜目次＞

１．条件文は命題ではない？　（2 ページ）
２．対偶にしてみると条件文の真理値への違和感が際立つ（4 ページ）
３．矛盾から任意の命題が無条件に導出されるのか？　（5 ページ）
４．A→（B→A）とはいったい何なのか？　（7 ページ）
５．条件法における論理学的真理値設定の普遍性を正当化する根拠は見当たらない：ダメットの条件法真理値に関する見解について　（8 ページ）
６．ナンセンス文は真とは言えない　（12 ページ）
７．論理は現実との関連を失えばその真偽の根拠を失う　（13 ページ）
８．トートロジーは現実から見いだされるもの　（15 ページ）
＜引用・参考文献＞　（16 ページ）

１．条件文は命題ではない？

> *「A でないか、あるいは B である」が正しいとしましょう。もし A でないならば「A でないか」の部分が正しいので、B の真偽にかかわらず、「A でないか、あるいは B である」は正しくなります。一方、A ならば、A でないということが間違っているので、「あるいは」という言葉の相棒である B が正しいほかありません。つまり、A ならば B なのです！*
>
> *ようするに、「A ならば B である」とは「A でないか、あるいは B である」の言いかえなのです。*（瀬山、79 ページ）

・・・上記の瀬山氏による説明は、$((\neg A \vee B) \wedge A) \rightarrow B$ であること、そして $\neg A$ であっても $\neg A \vee B$ は真であるということを説明しているだけ、そして $(\neg A \vee B) \equiv (A \rightarrow B)$ であるとただ説明しているだけであって、

$$(\neg A \vee B) \equiv (A \rightarrow B)$$

とわざわざ”設定”することが「数学での約束」の「理由」（瀬山、78 ページ）である根拠づけには全くなっていないように思われる。

否定・連言・選言が、私たちの日常的言語感覚とほぼ合致している一方（選言に関しては、両立的選言・排反的選言双方に受け取れるが：野矢、27 ページより）、条件文に関しては違和感を抱く人も多いのではないだろうか。特に、A→B において、A が偽の場合である。

一般的に条件文の真理値は次のようなものになっている。

A	B	A→B
真	真	真
真	偽	偽
偽	真	真
偽	偽	真

この真理表においてならば、もちろん $(\neg A \vee B) \equiv (A \rightarrow B)$ は成立する。

しかし、私たちの日常的言語感覚だと常識的に次のようになるのではなかろうか。

A	B	A→B
真	真	真
真	偽	偽
偽	真	**偽？ 分からない？**
偽	偽	**真？ 分からない？**

A が偽で B も偽であれば A→B は間違いではない。しかし A→B が真である保証もない。「晴れたならば遊びに行く」(A→B）場合、「晴れたならば遊びに行く」が「晴れなかったら遊びに行かない」を含意するものなのか、しないものなのか、そのコンテクストをどのように共有するかどうかで真偽設定が左右されうる。晴れなかったのに遊びに行った場合も同様である。

さらに言えば「晴れなかったら遊びに行かない」を含意するとしても、結局晴れなかったけどもし晴れたならば遊びに行ったのか・・・晴れなかったのだから証明しようがない、そういう受け取り方さえできよう。つまり条件文 A→B は私たちの日常的言語感覚に沿って考えた場合、(あやふやさがあるため)真理値を確定できない可能性がある、要するに**「命題」と言えない**ということなのだ。

古典論理における条件文の真理値設定は、野矢氏『論理学』における説明を見る限り（野矢、29～31 ページ)、論理学の構文ワールドを成立させるために無理やり「二値原理」を適用し、他の論理式との整合性を考慮しながら（同値の真理値とかぶらないようにとか、あるいは対偶の真理値と整合性をもたせるとか)、かなり作為的に設定されたものなのである。久木田氏は、

> *こういった不自然さの原因は主として、古典論理が文の内容を一切無視してその真理値のみに注目しているという点（外延性原理)、および古典論理においては文は真か偽のどちらか一方（そして一方だけ）の真理値をとるという点（二値原理）にある*・・・(以下略)　　(久木田、9 ページ)

・・・と説明されている。

そのため、A∧B→（A→B）が論理学的にはトートロジーであるにもかかわらず、現実世界における推論と齟齬を来してしまうという現象がもたらされることがある(瀬山、100～101 ページ)。このような場合、無理やり設定した論理学的論理は、いったい何のためのものなのであろうか？　(ひょっとして何か別の次元で効用があるのかもしれないが)

さらに言えば、条件文には様々な条件が前提となっているが、それらが明確に定義されることなく、その都度コンテクストを読んで判断するような状況になっているように

も思われるのである。たとえば時間性の問題（野矢、31 ページ）、因果関係の問題、あるいはＡとＢとの間の具体的関係性の問題など（これに関しては様々な研究がなされているようだ）。

私個人の印象であるが、論理学という学問はアプリオリというより、コンテクスト理解を求めるものであるように思える。（そもそもアプリオリというものが実際にあるのかという問題もあるのだが）

２．対偶にしてみると条件文の真理値への違和感が際立つ

論理学においては､以下のように A→B とその対偶￢B→￢A はともに同じ真理値を示す。

A	B	A→B	￢B	￢A	￢B→￢A
真	真	真	偽	偽	真
真	偽	偽	真	偽	偽
偽	真	真	偽	真	真
偽	偽	真	真	真	真

では、これを具体的事例で示してみたらどうだろうか。「晴れたならば散歩にいく」で示してみよう。

A→B	￢B→￢A	真理値
晴れた→散歩に行く	散歩に行かない→晴れなかった	真
晴れた→散歩に行かない	散歩に行く→晴れなかった	偽
晴れなかった→散歩に行く	散歩に行かない→晴れた	真
晴れなかった→散歩に行かない	散歩に行く→晴れた	真

対偶の二行目､四行目に関しては特に異論はない。私たちの日常的正誤判断と同様であると言ってよかろう。

一行目における真偽判断に関しては、前章で説明したように「晴れたならば散歩に行く」という事実関係認識が､「雨が降った場合は散歩に行かない」ということを含意しているのかどうかにかかっている。ただそれほど強烈に違和感が生じるわけではない。

しかし上から三行目に関して言えば、対偶においてその推論に対する違和感がさらに大きくならざるをえないのである。「彼が散歩に行っていないということは晴れたのだな」と

いう推論そのものが成立しうるとはどうしても思えない。**一行目の判断と三行目の判断が真逆であるにもかかわらずともに真であるという論理学的設定**をどう納得しろというのであろうか？

それでも違和感などないと言い張る人たちは、自らの考え方そのものをかなり論理学に寄せているのではなかろうか。しかしこの推論が「常に」真であることに何の根拠もない。ただ論理学においてそれが真であると定められているだけであって、それが本当に「常に正しい」のか、**その推論が「常に正しい」と言える根拠を示すことさえできない**のである。

論理学における真理値はＡとＢとの具体的な事実関係など考慮していない、ただＡとＢとの真理値との関係性にすぎないと反論する人がいるかもしれない。しかし、もしそうであるのならばＡ→Ｂというのはいったい何を示す論理なのであろうか？ いったい何を推論する論理なのであろうか？

結局のところ、条件文は二値原理を適用するにはあまりにも不確定要素がありすぎる事実関係なのである。

３．矛盾から任意の命題が無条件に導出されるのか？

当然のことであるが、論理学において前件が偽ならばＡ→Ｂが真になってしまうため、Ａ→Ｂが真でもＢが真であるとは限らない。瀬山氏もこのことについては明確に指摘されている（瀬山、79 ページ)。

しかし一方で、瀬山氏はＡ∧（¬Ａ）→Ｐという論理式について、

> *「ならば（→)」の真偽の決め方から、A∧（¬A）が間違いなら、この複合命題はどのような P についても、いつでも正しいことがわかります。A∧（¬A）は常に間違いですから、この命題 A∧（¬A）→P は正しい。*（瀬山、104 ページ)。

そして、

> *A∧（¬A）である。*
> *A∧（¬A）→P である。*
> *したがって*
> *P である。*
>
> *が成立し、どのような命題Pでも証明できてしまうのです。*（瀬山、104 ページ）

・・・と説明されているが、果たしてそうであろうか？ P は実際に証明されているであろうか？ **前件A∧（¬A）が常に偽（というか矛盾）であるということは、A∧（¬A）→Pが常に真であったとしても、後件Pが常に真であることを保証などしていない。** つまり「Pである」と分離して命題Pの真偽を論じることは不可能であるということなのだ。

もし命題Pが既に真であると認められていたならば、論理学的には（論理学的真理値設定により）A∧（¬A）→Pと後付けで導入することができるのかもしれない（？）。しかしA∧（¬A）というものを全く前提することなく既に独自に命題Pが成立しているわけだから、ただのナンセンスだとしか言いようがない。

もちろんであるが、このことは

> *[前件肯定式　MP] A，A⊃B から B を導出してよい*（野矢、66ページ）

・・・を否定するものではない。前件が「肯定」されているので（そしてA→Bも真であると認められているのだから）Bを導出しても問題はない。ここでも命題Aは真であるという前提で話が進められているはずである。前件肯定なのだから。

つまり、命題Bを単独で導出するためには前件が肯定されている必要がある。それゆえに**矛盾から命題Pが無条件に導出されると考えるのは、どう考えてみてもおかしな話ではないだろうか。**

そして

> *[背理法]　A⊃（D∧¬D）から¬A を導出してよい*（野矢、66ページ）

・・・を否定するわけでもない。さらに、

> *[演繹規則　DR] A を仮定して B が導出されるとき、A という仮定なしに A⊃B を導出してよい*（野矢、66ページ）

・・・は最初にAを仮定した上でBが導出されているので、関係性が見出されている（ように思われる）。とくに問題はない。最初にAを仮定する時点でAが偽であると想定されてなどいないと思うのだが（どうだろうか？ 論理学においてこのあたりのニュアンスもあいまいにされているような気がするのだが）。

話は戻るが、前原氏は『記号論理入門』において

＜矛盾＞とは、それから任意の命題が導かれるものである.（前原、56 ページ）

・・・と説明されているが、どうにも納得できないのである。もちろん論理学的論理において（B→⅄）→（B→A）は“正しい”とされるものなのであろう。私は⅄を「命題」とし B→⅄と表現する前原氏の手法には違和感を抱いてしまうのであるが（前原、54 ページ)。前原氏は⅄を＜矛盾＞としているが、真理値分析においては偽(false)として扱っている（前原、53 ページ・61 ページ)。偽は偽、矛盾は矛盾、命題ではないと思うのだが・・・

そして論理学を離れて普通に考えれば、B が矛盾（それとも偽？）ならば任意の命題が導かれるのではなく**「何も分からない」というのが本当のところではなかろうか。**

もちろん論理学に基づいて考えたとしても命題 A そのものが真である保証はなく、命題 A そのものが“導かれた”わけでもないのである。B→A が真なのに B が真になることはなく、A の真偽が明らかになることはないというのは、いったいどんなナンセンスなのだろうか？ そんな状況で B→A が正しい・真であると言える根拠は何なのであろうか？

４．A→（B→A）とはいったい何なのか？

野矢著『論理学』で示されている命題論理の公理系 LP（野矢、66 ページ：前章で一部言及）では、A→B における A が偽であるような状況が回避されている（ように見える)。そして私たちの日常的現実認識とほとんど齟齬がない公理系であると言える。

一方、ウカシェヴィチによる公理系は私たちの日常的真偽判断とかけ離れたものとなっている。たとえば A→（B→A）である。この公理系は条件文（条件法）における論理学的真理値設定を最大限に生かした公理系であると言えるのではなかろうか。

この論理式は命題Aが真ならば、任意の（”任意”と言えば聞こえはいいが、結局のところ適当に）Bを持ち出してB→Aという条件文を作ってしまえばそれが論理学的に真になってしまう、さらに言えば A が偽であっても命題Aは条件文の前件としても機能しているからA→（B→A）という論理式全体としては真になってしまうのである。

命題Aが真であるという情報のみからB→Aという関係を推論することなどできるのであろうか？ **私たちの日常的現実感覚からすれば「そんなこと分かろうはずもない」というのが正直なところ**ではなかろうか。（前件としての命題Aが偽の場合の問題点については既に述べたとおりである）

そもそも「証明」とは何なのであろうか？ 自明なものから自明と思えないようなものを導く推論方法、あるいは「だれもが正しいと認める事実から出発して、新しい事実へと論理をつないでいくこと」「（瀬山著『数学にとって証明とはなにか』ブックカバーの説明より）ではないだろうか？

それほど自明でない論理から自明な論理を証明するという行為自体が本末転倒であるようにさえ思えてくるのである。

５．条件法における論理学的真理値設定の普遍性を正当化する根拠は見当たらない：ダメットの条件法真理値に関する見解について

M.ダメット著『真理という謎』（藤田晋吾訳、勁草書房、1986 年）に掲載されている「真理（1959）」（1～43 ページ）で条件法の真理値について論じられている。本稿ではその問題点について指摘しておこうと思う。

ダメットは条件法の真理値について検討する際、「条件付き賭と真理関数的条件法を当てにする賭」（ダメット、15 ページ）を引き合いに出している。「条件付き賭」は前件が偽の場合賭けが不成立、「真理関数的条件法を当てにする賭」では前件が偽ならば命令は守られたと解釈されている。

しかしこの議論には根本的誤解がある。**ダメットは賭けの勝敗や命令の遂行と、真偽判断とを同じように扱うことで、真偽判断の問題を混乱させているのだ。**「*関心と結び合った帰結*」（ダメット、4 ページ）をもたらすのはあくまで勝敗や命令の遂行に関してであって、真偽判断に関してではない。

（１）勝敗、賭け、命令：何をもってゲームや賭けの勝ちとなるのか、何をもって命令を遂行したと判断されるのか、それらは人為的に変更可能。一つの賭け、一つのゲーム、一つの命令においても、そのルールを当事者が人為的に変更することができる。
（２）真偽：観点・視点により様々な真理は見いだせる。しかし特定の観点・視点における真偽判断は、人為的に変更できない。あくまで与えられるものであって人為的に変更することができない。

> *前件が命令を受けた人の能力内にあるような条件付き命令（たとえば、母親が子供に「外出するのなら、コートを着て行きなさい」と言う）は、つねに真理関数的条件法での賭のようなものである。*（ダメット、15 ページ）

・・・しかしよく考えてみてほしい。外出しなかったから賭けが成立しなかった、という見方も可能である。結局のところどちらでも良いのだ。なぜなら人為的ルールだからだ。

ダメットは命令について次のように説明しているが、

A	B	命令の順守
外出した	コートを着た	守っている
外出した	コートを着なかった	守っていない
外出しなかった	コートを着た	守っている
外出しなかった	コートを着なかった	守っている

しかしこのように考えることもできるのである。

A	B	命令の順守
外出した	コートを着た	守っている
外出した	コートを着なかった	守っていない
外出しなかった	コートを着た	無効
外出しなかった	コートを着なかった	無効

・・・これはダメットの言う「条件付き賭」となる。しかし**真理関数的条件法に従った命令内容にするのか、条件付き賭に従った命令内容にするのかは、命令する人がどう考えるかにかかっているのであって、別にどちらが正しいとか間違いとか判断できるようなものではない。そもそも真偽の問題ではないのだから。**

さらに言えば、命令に従う方の論理から言えば、

A	B	命令の順守
外出した	コートを着た	守っている
外出した	コートを着なかった	守っていない
外出しなかった	コートを着た	命令を守る必要がなかった
外出しなかった	コートを着なかった	命令を守る必要がなかった

と考えることもできる。もちろん命令を受ける人の気持ち的に、真理関数的条件法のような考えを自らに課すこともできる。**どう考えるかは個人の勝手**である。

われわれはその概念の眼目、何のためにその語を使うのかということ、をも説明しなければならないのである。分類は真空の中にあるのではなく、われわれの何らかの関心とつねに結び合っている。だから、あるものを一方もしくは他方の部類に振り分けることは、その関心と結び合った帰結をもつことになる。（ダメット、4 ページ）

・・・まさに命令や賭けにおける”人為的設定”そのものがダメットの言う「眼目」あるいは「関心」にあたるとも言えるのである。

そもそも**罰せられるとか、命令を守るとか、それは真偽問題なのであろうか？ 罰せられないことが真理で罰せられることが間違い（偽）なのであろうか？**

いや、そんなことはなかろう。ダメットは眼目やら関心と真偽問題とを混同してしまっているのである。既に述べたように、罰則や命令は人為的に変更可能、見方、気分その他さまざまな要因によって結果が変わっていく、一種の約束事のようなものでしかない。結論から言えば、**命令や罰則のルールは真偽関係そのものではなくあくまで前提条件、条件設定でしかない**のである。（事実関係としての）真偽関係として示すのであれば、以下のようになるはずなのである。

A	B	A→B
命令を守った（真）	罰せられなかった（真）	真
命令を守った（真）	罰せられた（偽）	偽
命令を守らなかった（偽）	罰せられなかった（真）	偽
命令を守らなかった（偽）	罰せられた（偽）	真

上の表において、A=彼は命令を守った、B＝彼は罰せられない、つまり A→B とは「命令を守れば罰せられない」という条件文となっている。そして「条件付き賭」やら「真理関数的条件法を当てにする賭」の設定がこの真理値が成立する前提条件となっているのである。

これは論理学における真理値設定とは全く異なる真理値表である。しかしこれもやはり真理値としては「正しい」のである。「命令を守れば罰せられない」という条件下において、（賭けや命令の設定とは異なり）恣意的に真理値を変更することはできない。

そして、外出やコート着用の関係を、前提条件なしのただの事実関係として見做せば、以下のように考えることもできる。

A	B	A→B
外出した	コートを着た	もし実際にそうしたのであれば事実として真
外出した	コートを着なかった	〃
外出しなかった	コートを着た	〃
外出しなかった	コートを着なかった	〃

しかし、これはあくまで一度きりの事実関係であり、普遍的な論理関係ではない。これでは真理値表にならない。つまり**条件法の真理値表が成立するためには、特定の前提条件の想定が必要**であることを示している、とも言えるのではなかろうか。

たとえば明日遠足の日で、「明日雨が降らなければ遠足に行く」ということが決定事項となっていたとする。そういう前提のもとで「明日雨が降らなくても遠足に行かない」

という言及は（今日時点における）事実に反していると言えよう。真理値表は以下のようになると思われる。

A	B	A→B
雨が降らない	遠足に行く	真
雨が降らない	遠足に行かない	偽
雨が降る	遠足に行く	偽
雨が降る	遠足に行かない	真

これはあくまで「明日雨が降らなければ遠足に行く」という命題が真であるという前提条件における真理値であって、明日遠足当日になって小雨だったからやっぱり遠足に行った、とかそういう話はまた別の問題である。

本稿の第１章・第２章で扱った「晴れたら散歩に行く」という命題も普遍的に正しいものではない。それゆえに前提条件がはっきりしないまま考察しても真理値に関して迷いが生じてしまうのだ。上記「明日雨が降らなければ遠足に行く」と同じような条件で「晴れたら散歩に行く」の真理値表を作成してみれば、

A	B	A→B
晴れる	散歩に行く	真
晴れる	散歩に行かない	偽
晴れない	散歩に行く	偽
晴れない	散歩に行かない	真

・・・というふうになる。これももちろん正しい真理値表であると言える。

ここまで見てきたように、条件法の真理値は前提条件により異なる値をとりうる。結局のところ**条件法の論理学的真理値（設定）が唯一の正しい真理値であることを支持する事実はどこにも見出すことができない**のである。

否定･連言･選言に関しては事実関係として説明できるのに､条件法になったとたん、賭けや命令のような特殊なシチュエーションを引き合いに出さざるをえないのはどう考えてもおかしな話なのである。

> *ある文の真理条件を規定することはその文の意味を決定するのに十分ではない、それ以上の何かが規約されねばならないのだ、と言うべきなのか。そう言うよりはむしろ、われわれの真偽の観念をすっかり放棄すべきなのである。*（ダメット、20 ページ）

・・・このダメットの指摘が非常に的外れなことは明らかである。条件法の真偽について解明できないのはダメットが真偽問題ではない命令や賭けをもって条件法について

論じようとしたからであって、真偽の観念を放棄する必要などまったくないのである。
　そして少なくとも条件法真理値の論理学的設定の普遍性を正当化するものは（とくに前件が偽である場合において）どこにも見当たらないのである。

6. ナンセンス文は真とは言えない

　ネット上において、条件法の論理学的真理値設定に関して次のような説明を見つけた。

命題「X＞５ならばX＞３である」は真
・「Xがどんな数であっても」なりたつ
↓
・X＝7を入れて、「７＞５ならば７＞３である」も真
・X＝4を入れて、「４＞５ならば４＞３である」も真
・X＝1を入れて、「１＞５ならば１＞３である」も真

ということで以下の論理学的真理値設定が成立するというのである。

P	Q	P→Q
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

（大森武「論理式の真偽を定義する」https://note.com/omori55/n/n75730aa4806f より）

　しかし説明に無理があるのではなかろうか。「４＞５ならば４＞３である」「１＞５ならば１＞３である」というナンセンス文が果たして「真」と言えるのだろうか？
　そして上記**真理表の二行目が欠けている。**なぜならX＞５と前件で条件付けされている時点で後件が偽になりえないからである。
　そもそも「X＞５ならばX＞３である」という命題はXがどんな数でも成り立つのではなく、X＞５といった時点で X は5より大きな数であると前提されているはずである。**命題そのものが正しいことは、命題における変数Xがどんな値でも良いこととは違う**のである。
　これらのことから「X＞５ならばX＞３である」を前提条件とした真理値は正確には次のようになるであろう。

P	Q	P→Q
1	1	1
1	0（ありえない）	不成立
0	1	不成立
0	0	不成立

ここまで見てきたように、条件法の真理値は前提条件ごとに様々な値（あるいは値がない）を取りうるのであって、論理学的真理値設定が普遍的であるという根拠がどこにも見当たらないのである。

7. 論理は現実との関連を失えばその真偽の根拠を失う

次に、論理とは何かという問題について論じてみようと思う。

「*ある直線に対し、その直線の上にない点を通る平行線は２本以上ある*」（瀬山、28 ページ）を「公理」としても矛盾のない幾何学（非ユークリッド幾何学）が構成できる（瀬山、28 ページ）そうである。

> *この非ユークリッド幾何学の発見は、数学における公理の意味を根本から変えてしまいました。公理はすべての人が共通に納得する「事実」ではなくなってしまったのです。*（瀬山、28 ページ）

・・・本当にそうであろうか？ そもそも「矛盾」とは何であろうか？ 「ある直線に対し、その直線の上にない点を通る平行線は 2 本以上ある」という言語表現そのものが「矛盾」なのではなかろうか。

「矛盾」とは、例えば丸い四角（丸っこい四角ではない）とか、平面上に描かれた平行線が交わるとか、５本の鉛筆は６本であるとか、その言語表現に対応する対象物を見つけること、さらには想像することもできない、まさにそれが矛盾なのである。「丸い」と「四角」という二つの概念（厳密にいえば言葉と対象物とのセット）を同一の（ヒューム的に言えば）「観念」として組み合わせようとしても組み合わせることができない、そういうことである。

全部が金で出来た家とか、足が生えている魚とか、それらは想像出来たり絵や図で描けたりはする。私たちはこれらを矛盾とは呼ばないであろう。「金」と「家」、あるいは

「魚」と「足」とを同一の観念として組み合わせることが可能であることだ。この世界にはないが想像したり描いたり、(場合によっては)ひょっとして現実化できる可能性があるかもしれないようなことと、存在しないし想像すらできないこととを混同してはならない。

付け加えれば、そこに花が咲いているのに、「これは犬だ」と説明するのは、矛盾ではなく単なる「間違い」「偽」である。「魚には足が生えている」というのも「間違い」「偽」である。現実にそういう魚はいないからだ(エラを足のように使って海底を歩く魚はいたと思うが)、おそらく。

・・・ちょっと回り道してしまったが、上記の事例において「ある直線に対し、その直線の上にない点を通る平行線は２本以上ある」という表現そのものが矛盾、つまりそこからいくら論理を積み重ねても矛盾であることに変わりはないのである(「矛盾」も「間違い」「偽」と言えなくはないし、このあたりの言葉どうしの関係はちょっとあいまいであるように思える)。

さらに言えば、出発点が矛盾である、つまり私たちの現実世界に根拠を持たないものを「公理」としたとき、果たして私たちの現実世界(への一般的常識的認識)を根拠とした論理を適用してその矛盾について語ることは果たして正当化されるのであろうか？ 矛盾を前提とする世界において、現実世界によって根拠づけられている論理体系自体が正当化される根拠はあるのだろうか？

結局のところ、**矛盾を出発点とする非ユークリッド幾何学はその真偽を確かめる根拠、最終手段を持ち合わせていない**ものなのである。論理そのものも根拠を失っているからだ。要するに「分からない」「知りようがない」ということなのだ。

もちろん、根拠づけられないということはそれが「必ず間違いである」と決定されているわけではない(「正しい」と言えるわけでもないが)。あくまで仮説として理論を構築することについて、それを禁じるようなものでもない。「直線の上にない点を通る平行線は２本以上ある」ことは一般的に矛盾ではあるが、それが矛盾でなくなる可能性を示唆していると考えることは可能である。

たとえば直線の上にない点を通る平行線が２本以上あるような世界を私たちが地球でない宇宙のどこかで経験してしまうとか、今の私たちの想像を超えるような経験が将来あったとすれば、それは新たな現実認識が形成された、ということにはなろう。

ただ、それでも矛盾を出発点・前提条件とするとき、その前提を取り扱う論理自体の根拠そのものが失われている可能性を捨て去ることはできない。「直線の上にない点を通る平行線は２本以上ある」ことを前提として認めたとき、果たして１＋１＝２という現実世界では当たり前の論理は成立しうるのか、A、A→B が真ならば B も真という前件肯定式がトートロジーたりえるのか、それさえも確かではないからである。

8. トートロジーは現実から見いだされるもの

野矢氏はウィトゲンシュタイン『論理哲学論考』を引用し、トートロジーについて説明を試みている。

> *4.462 トートロジーと矛盾は現実の像ではない．それはいかなる可能な状態も描出しない．前者は可能な状態のいずれをも許容し，後者はひとつとして許容しないからである．*
> *6.1 論理の命題はトートロジーである．*
> *6.11 それゆえ論理の命題は何ごとも語らない．*
> *6.1222 このことは，なぜ論理の命題が経験によって確証も反証もされえないのかという問に光を投げかける．*
> （ウィトゲンシュタイン『論理哲学論考』からの引用：野矢、38 ページより）

野矢氏は、トートロジー(例えば前件肯定式)が常に現実世界と合致していることとを、「*情報量ゼロ*」「*それゆえ論理の命題は何ごとも語らない*」(野矢、39 ページ）としているが果たしてそうであろうか？

そうではない。**トートロジーが現実世界と常に一致していること（つまりいずれをも許容)、まさにそれこそがトートロジーである根拠なのである。**論理が現実世界から離れて「何ごとかを語る」ようではトートロジーとは言えないのである。

つまりトートロジーとは現実世界、私たちの知覚として現れる具体的経験（そこから現実世界認識が構築される）が究極的な根拠となっているのである。

一方「矛盾」とは、「直線 4 本からなる三角形」「丸い四角（丸っこい四角ではない)」「平面において交わる平行線」というように、**私たちの具体的経験として現れることがない、絵に描こうにも描けない、想像しようにも想像さえできない、そういう状態のことを言う**のであって、トートロジーと同列に扱うことなどできないのである。上記ウィトゲンシュタインの言葉を借りれば「ひとつとして許容しない」となるであろうか。

結局のところ、**論理が正しいかどうかを確かめる術は、究極的には具体的事例と照らし合わせる以外にないのである。**出発点となる公理系がある。それが「正しい」ものなのか、と聞かれれば、それぞれ具体的事例を挙げて「実際にそうなっているだろう」と納得させるしか究極的には方法がないのである（このあたりヒュームの抽象観念論がもっと見直される必要があると私は感じている)。

私たちの日常経験、日常的現実世界認識から導かれたよりシンプルな公理系、そこから演繹（つまり推論）することでより複雑な論理を構成していく。正しい公理系から推

論したのだからおそらく正しい論理であろうという信頼のもと、論理学やら数学の体系が構築されているのである。

一方、論理学的に正しいと言われていても、それに日本語を当てはめてみるとナンセンス文になってしまう場合、果たしてその論理は「正しい」あるいはトートロジーであると言えるのであろうか？

Ａ∧（¬Ａ）→Ｐ

カピバラが草食であり、かつ草食でなければ、カピバラは空を飛べる

A→（B→A）

カピバラは草食である→地球に生物が存在しなければ、カピバラは草食である

＜引用・参考文献＞

瀬山士郎著『数学にとって証明とはなにか』（講談社、2019 年）

野矢茂樹著『論理学』（東京大学出版会、1994 年）

前原昭二著『記号論理入門』（日本評論社、新装版、2005 年）

M.ダメット著「真理（1959）」『真理という謎』（藤田晋吾訳、勁草書房、第 1 版第 1 刷、1986 年：1～43 ページ）

久木田水生著「条件文の論理」（2012 年度）
http://www.is.nagoya-u.ac.jp/dep-ss/phil/kukita/others/Logic-of-Conditionals.pdf
（まだ全部読んでいないので、この文献で扱われている論点をすべて理解しているわけではありません。これからの課題といたします。）

池田真治著「哲学演習「論理学入門」補論」（2016 年）
（以下のＵＲＬからダウンロードできます）
https://researchmap.jp/multidatabases/multidatabase_contents/detail/233038/30d0965a2f00c55beadb92840b81bf9c?frame_id=508325
（実質含意のパラドクス、厳密含意のパラドクスなどについて。）

大森武著「論理式の真偽を定義する」（ https://note.com/omori55/n/n75730aa4806f ）