

## 実質含意・厳密含意のパラドクスは、条件文の論理的真理値設定が誤っていることの証左である

2022年7月1日 宮国淳

<http://miya.aki.gs/mblog/>

2020年7月2日に5章を一部修正

7月3日に付録を追加

本稿は、拙著、

条件文「AならばB」は命題ではない？ ～ 論理学における条件法の真理値設定の問題点（[http://miya.aki.gs/miya/miya\\_report32.pdf](http://miya.aki.gs/miya/miya_report32.pdf)）

の続編として、条件文の真理値についてさらに詳細に論じるものである。

実質含意のパラドクス・厳密含意のパラドクス、あるいはそれに伴う（池田氏の言われるような）“違和感”は、条件文における論理的真理値設定、とくに前件が偽ならば後件が真でも偽でも全体として真になってしまう設定それ自体に誤りがあることからもたらされている部分があるのではないだろうか。

本稿では1～3章でいくつかの具体的事例を挙げた上で、条件文の真理値は（とくに前件が偽の場合）異なった値をとりうることを示し、そして論理的真理値設定に普遍性を見出すことはできないことを示し、4章以降（3章でも命題を引用している）では池田真治著「哲学演習「論理学入門」補論」（2016年）を参考にしながら、実質含意、厳密含意、伴立について分析し、条件文の真理値についてより詳細に考察してみたい。

そして「哲学演習「論理学入門」補論」を無償で公開してくださっている池田氏に謝意を示したい。

## <目次>

1. ダメットの言う「条件付き賭と真理関数的条件法を当てにする賭」は真偽関係ではない (3 ページ)
  2. 包含関係における真理値 (4 ページ)
  3. 因果的「ならば」の場合 (5 ページ)
  4. 論理的真理値設定は具体的事実によって支持されていない (6 ページ)
  5. 関連性・伴立に関する誤解 (8 ページ)
  6. 結局、具体的事例をもって個別に考えるしかないのでは (11 ページ)
- 注および引用文献 (12 ページ)

### 付録：条件文真理値の3つのパターン (13 ページ)

1. 4つの事例の分析 (13 ページ)
2. 真理値の3つのパターン (15 ページ)
  - 2.1.  $A \rightarrow B$  において  $A$  が  $B$  の十分条件、 $B$  が  $A$  の必要条件である場合
  - 2.2.  $A \rightarrow B$  において  $A$  が  $B$  の必要十分条件である場合
  - 2.3. ラッセルの言う形式含意の場合
3. 論理的真理値設定を根拠づける事実はどこにもない (16 ページ)

# 1. ダメットの言う「条件付き賭と真理関数的条件法を当てにする賭」は真偽関係ではない

拙著、「条件文「AならばB」は命題ではない？ ～ 論理学における条件法の真理値設定の問題点」( [http://miya.aki.gs/miya/miya\\_report32.pdf](http://miya.aki.gs/miya/miya_report32.pdf) ) において、条件文の真理値における論理学的設定

A	B	$A \rightarrow B$
真	真	真
真	偽	偽
偽	真	真
偽	偽	真

の普遍性を正当化する根拠を見出すことができないことを明らかにした。ダメットの「条件付き賭と真理関数的条件法を当てにする賭」(ダメット著「真理 (1959)」15 ページ) に関する議論を引き合いに出したうえで、

A	B	命令の順守	罰せられるかどうか
外出した	コートを着た	守っている	罰せられない
外出した	コートを着なかった	守っていない	罰せられる
外出しなかった	コートを着た	守っている	罰せられない
外出しなかった	コートを着なかった	守っている	罰せられない

・・・という「真理関数的条件法を当てにする賭」というのは真偽関係ではないことも説明した。

そもそも罰せられるとか、命令を守るとか、それは真偽問題なのであろうか？ 罰せられないことが真理で罰せられることが間違い（偽）なのであろうか？

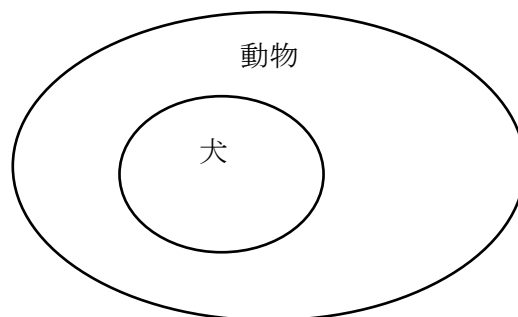
いや、そうではない。ダメットは眼目やら関心と真偽問題とを混同してしまっているのである。罰則や命令は人為的に変更可能、見方、気分その他さまざまな要因によって結果が変わっていく、一種の**約束事**のようなものでしかない。結論から言えば、**命令や罰則のルールは真偽関係そのものではなくあくまで前提条件、条件設定**でしかないのである。(事実関係としての) 真偽関係として示すのであれば、以下のようなになるはずなのである。

A	B	$A \rightarrow B$
命令を守った (真)	罰せられなかった (真)	真
命令を守った (真)	罰せられた (偽)	偽
命令を守らなかった (偽)	罰せられなかった (真)	偽
命令を守らなかった (偽)	罰せられた (偽)	真

上の表において、A=彼は命令を守った、B=彼は罰せられない、つまり $A \rightarrow B$ とは「命令を守れば罰せられない」という条件文となっている。そして「条件付き賭」やら「真理関数的条件法を当てにする賭」の設定がこの真理値が成立する前提条件となっているのである。

## 2. 包含関係における真理値

例えば以下のような事実関係を認めた上で、



「Xが犬ならば (A)、Xは動物である (B)」という説明は正しいと言えよう。しかしXに「馬」を代入すれば、「馬が犬ならば、馬は動物である」というナンセンス文になってしまう。これは (いくら後件が真であったとしても) 果たして条件文全体として真と言えるのであろうか？ 一般的な言語感覚・現実感覚からすれば、真理値は次のようになるのではなかろうか。

A	B	$A \rightarrow B$
真	真	真
真	偽	偽
偽	真	無効
偽	偽	無効

さらに、Xを石とすれば、「石が犬ならば、石は動物である」とこれまたナンセンス文になってしまう。この文章を真であると言えるのか？ 実質含意・厳密含意のパラドクスを論じるまでもなく、論理学における真理値設定そのものに問題があると言えるのではなかろうか。

あえて普遍性があるとすれば、前件が真のときのみであり、前件が偽の場合は前提条件により異なった真理値を示しうるのである。

### 3. 因果的「ならば」の場合

池田氏は、前件と後件のあいだに必然的なつながりがある命題の事例として、「青色のリトマス氏が赤に変色したならば、その液体は酸性である」（池田、1 ページ）をあげている。この命題の真理値表は次のようになる。

A	B	$A \rightarrow B$
赤に変色した	酸性	真
赤に変色した	酸性ではない	偽
赤に変色しなかった	酸性	偽
赤に変色しなかった	酸性ではない	真

このように前件が偽ならば  $A \rightarrow B$  が全体として真となるという論理的真理値設定は支持されない。これは「今朝雨が降るならば、今日の球技大会のソフトボールは中止である」（池田、1 ページ）あるいはその他の命題に関しても同じ真理値表になる。

これらは、A と B との関係がはっきりしている。A が偽のときに B は真になりようがないからである。

しかし、因果関係にもいろいろある。 $A \rightarrow B$  だが、 $C \rightarrow B$  でもあれば、A でなくても B（が真）である場合がある。この場合前件 A が偽である場合、 $A \rightarrow B$  が全体として真であるか偽であるか判断がつかないであろう。あるいは A が偽の場合は  $A \rightarrow B$  について考えること自体ができない、無効であるという考え方もある。

A	B	$A \rightarrow B$
真	真	真
真	偽	偽
偽	真	わからない（無効）
偽	偽	わからない（無効）

ここまで説明してきたように、条件文における前件が偽の場合の真理値は様々な値をとりうる（あるいは値がない場合もある）。普遍性を持つような真理値を見出すことはできないし、論理的真理値設定（前件が偽ならば全体として真になる）の根拠を見出すことも不可能なのである。

#### 4. 論理的真理値設定は具体的事実によって支持されていない

実質含意のパラドクスとは、前件と後件の間に内容上のつながりがまったくないにもかかわらず古典論理で真となってしまうことである。たとえば「第二次世界大戦が1941年に終戦したならば、富山は日本の首都になっている」(池田、2ページ)「2020年に東京ではなく富山でオリンピックが開かれるならば、 $2+2=4$ 」(池田、3ページ)といった条件文のことである。これらの条件文はどう考えても「正しい」ものであるとは言えない。「一日が48時間あるならば、私は研究も仕事も両立できるスーパー哲学者になれる」(池田、2ページ)も論理的真理値設定のもとでは真になる。しかし、そもそもこの文章が「真」であるという根拠はどこにあるだろうか？ 前件が偽で後件が分からない・知りようもないことである。この条件文が真であるなどと言いがたいのではなかろうか。

要するに、これらはパラドクスというよりも、**論理的真理値設定に対する”反例”**であり、**私たちが実際に経験している具体的事実・事象、あるいは日常的・歴史的事実認識が、論理学における条件文の真理値設定と齟齬をきたしている、ということ**なのである。

論理的に設定された真理値は、法律や命令の順守・罰則の一つのルールとして利用できるが、それだけであり、その他の一般的事実関係とは齟齬をきたしてしまっているのである。そして既に説明したように、法律や命令の順守・罰則のルールとは真偽関係ではなく、あくまで一つの条件設定、ある特定の真偽関係を論じるための前提条件ではない。この混同が論理学という学問でまかり通ってしまっているのである。

さらに厳密含意とは、

「ならば」の解釈を強く取り、様相論理を用いて「*P*ならば必然的に*Q*である」として、前件と後件のあいだに必然的なつながりのある条件文を救おうとするものである。(池田、3ページ)

・・・正直なところ、ここにおける「必然的なつながり」が私にはしっくり来ないのである・・・「前件が成り立つような可能世界においては、後件も確かに成り立っていないといけない」(池田、3ページ)ということなのであるが、

たとえば、1. 「第二次世界大戦が1941年に終戦したならば、富山は日本の首都になっている」は、実質含意では真になってしまうが、厳密含意では偽になる。というのも、第二次世界大戦が1941年に終戦しているが、富山が日本の首都ではない可能世界が考えられるからである。(池田、3ページ)

・・・これも論理的真理値設定が現実と齟齬をきたしているという問題なのであって、

可能世界云々の問題ではない。そもそも第二次世界大戦が 1941 年に終戦しているという現実と異なる設定から、日本の首都に関する「正しい」推論ができる保証などないからである。確かめる術のない推論、想像であるにすぎない。

上記命題が偽であるというのは確かにそうであるが、(繰り返すが) それは可能世界の問題ではなく、単に上記の条件文が間違っている (偽である)、ただそれだけの話なのである。

ただ、論点が少々ずれているとはいえ厳密含意を前提として条件文を考えれば、前件が偽ならば全体として真になるという論理的真理値設定が誤った認識であると言うことはできるのではなからうか。

また、「2020 年に東京ではなく富山でオリンピックが開かれるならば、 $2 + 2 = 4$ 」「 $0 = 1$ ならば、富山は日本の首都である」(池田、4 ページ) も同様に厳密含意のパラドクスというより論理的真理値設定が間違っているという反例を示すものであると言える。池田氏も「実質含意のときと真理値はかわらず、違和感はぬぐえないままである」(池田、4 ページ) と述べられているが、これらの違和感も結局は命題そのものが「正しくない」からこそ抱くものなのではなからうか。

命題あるいは文章が「正しい」のかどうかは論理学が決めるものではない。私たちの日常的現実認識がその命題や文章が「正しい」のかどうかの判断基準、論理の真偽を根拠づけるものが日常的現実認識なのである。物事の順序を見誤るからパラドクスだと思ってしまうのだ。

本章の最後に、前件も後件も真の場合の厳密含意について論じておく。”「富山が日本にあるならば、第二次世界大戦は 1945 年に終戦した」というような、前後に何の脈絡もないのに、実質含意では真となるケース” (池田、3 ページ) も厳密含意では偽となるのだが、それは“富山が日本にあるような可能世界で、第二次世界大戦が 1945 年に終結しないケースが考えられるから (池田、3 ページ) だそうだ。

しかし富山が日本にあるのも、第二次世界大戦が 1945 年に終結したことも、現時点においてはどうにも変えられない事実である。ここで”可能世界”を考えたところでその可能世界そのものに現実的根拠を与えることもできない。単なる想像に必然性を付与することなどできるのであろうか？

つまり厳密含意は条件文真理値への”違和感”を取り去ることはできないし、そもそも論点がずれてしまっているのである。むしろ「伴立」について考えることが自然であるように思える。

## 5. 関連性・伴立に関する誤解

「伴立」について池田氏は次のように説明されている。

*B*から*A*を演繹的に推論することが妥当なとき、「*A*が*B*を伴立する」という。この伴立関係をより自然に表現するべく、アンダーソンとベルナップは、「関連含意」(*relevant implication*)の体系*R*を採用し、伴立関係を表現する関連性の論理(*relevant logic; relevance logic*)を構築した。彼らにとって重要なのは「演繹可能性」(*deducibility*)の概念である。彼らはそれを次のように考える。

「*B*は*A*から演繹可能である  $\leftrightarrow$ def *B*の導出が単に*A*を迂回せずに、実際に*A*を使用する」

すなわち、問題となっている条件文において、結論を導いた前提が演繹の過程で実際に使用されなければならない。(池田、4~5 ページ)

おそらくこういった考え方が、私たちにとって「ならば」の一般的な捉え方ではなからうか。

しかし、伴立に関する池田氏の説明は論点がずれているように思える。具体的に説明してみよう。

・・・演繹論理には真理値に関する暗黙の前提があるはずなのだが、これが論理学ではしばしば無視されているように思える。

$A \wedge B$  が全体として真であるからこそ、 $A \wedge B$ が実際に正しいからこそ、そこから*A*そして*B*という個別の命題を導くことができるのである。 $A \wedge B$ が偽、正しくない、あるいは矛盾であったならば、そこから*A*あるいは*B*という個別の命題を導くことができようはずもない。

池田氏は次のように説明されている。

1.  $P \wedge \neg P$  [不可能な前提]
2.  $P$  [1]
3.  $P \vee Q$  [2]
4.  $\neg P$  [1]
5.  $Q$  [3, 4]

のように、矛盾 ( $P \wedge \neg P$ ) から任意の命題 ( $Q$ ) を帰結する必然的な推論があるからである。これは古典論理でももちろん妥当である。



しかし、アンダーソンとベルナップらは、3 と 4 から 5 を導き出すステップが、通常の意味で妥当な推論であるとしても、彼らの考える**本当の意味で〈妥当な推論ではないとする。**というのも、 $P$ から $P \vee Q$ を導くことが妥当になるのは、‘ $\vee$ ’が「真理関数的に」理解されているときのみであるのに対して、 $P \vee Q$ と $\neg P$ から $Q$ を導出するのが（本当の意味で）妥当になるのは‘ $\vee$ ’が「内包的」に理解されているときのみだからである。（池田、5 ページ）

私には論点がずれているようにしか思えないのだが・・・問題は3、4、5つまり $P \vee Q$ と $\neg P$ から $Q$ を導き出す過程なのではなく、 $P \wedge \neg P$ から $P$ と $\neg P$ とを導く過程なのだ。 $P \wedge \neg P$ は矛盾（あるいは偽？）である。そこから個別に $P$ や $\neg P$ という個別の命題を導くことはできないことは明らかなのである。

「矛盾（ $P \wedge \neg P$ ）から任意の命題（ $Q$ ）を帰結する必然的な推論」（池田、5 ページ）が「古典論理でももちろん妥当である」（池田、5 ページ）という認識自体が明らかに間違っているのだと言える。

さらに言えば、この論点は関連含意（池田、5 ページ）とは全く別の問題ではないだろうか。以下の池田氏の見解は完全に論点がずれてしまっている。

$P \vee Q$ と $\neg P$ から $Q$ を導き出す推論は、 $P$ と $P \supset Q$ から $Q$ を導き出す推論である *modus ponens* と同値である。こうして、実質含意の意味での *modus ponens* は、伴立関係を表現する関連性論理の体系  $E$  のもとでは普遍的に成り立たないことがわかる。（池田、5～6 ページ）

・・・ $P$ と $P \supset Q$ 双方が真であれば、 $Q$ も真であると考えるのは自然なことだし、実際現実としてもそうなっている。伴立・関連性についてはここが論点なのではなく、

[演繹規則 DR]  $A$ を仮定して $B$ が導出されるとき、 $A$ という仮定なしに $A \supset B$ を導出してよい（野矢茂樹著『論理学』、66 ページ）

・・・についてどう考えるかということなのである。野矢氏は”「 $A$ から $B$ が導出される」とは「 $A$ より後の行に $B$ が書き出される」ことにほかならなかったから、 $B$ が $A$ に依存せずに導出され、それゆえ $B$ の仮定の中にそもそも $A$ が入っていない場合もある”（野矢、148 ページ）と注釈しているのだが、だったら「 $A$ から $B$ が導出される」という表現は明らかにミスリーディングではなからうか？

しかし $A$ （の仮定）と関連なく $B$ が導出あるいは仮定されるとき、 $A \rightarrow B$ とするのは私たちの日常的な「ならば」理解とはかけ離れている。この論理学的設定が条件文に関する”なんでもあり”状態を生み出し、論理学者にとってのパラドクスを生み出している原因なのではなからうか。

私たちの日常生活、さらには科学研究においてもそうであるが、前件が偽であれば条件文が全体として真となるといった事例は通常見られない。前件Aと後件Bが全く関連していないのにAならばBというふうに結び付けたりはしない。だからパラドクスだと思ったりすることもない。論理学はいったい何の論理を取り扱っているのだろうか？

たとえば、前原昭二著『記号論理入門』において、 $B \rightarrow (A \rightarrow B)$  が次のように”証明”されている(※注1)。

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c}
 \overset{1}{A} \quad \overset{2}{B} \\
 \hline
 A \wedge B \\
 \hline
 B \\
 \hline
 A \rightarrow B \quad 1 \\
 \hline
 B \rightarrow (A \rightarrow B) \quad 2
 \end{array}
 \end{array}$$

(前原、42 ページ) (※注2)

これはAとBがそれぞれ別個に仮定された上で、 $A \rightarrow B$ が自動的に導出されてしまっているのである。これを認めるのかどうか、それこそが伴立関係・関連性論理に関わってくるのである。

さらにもう一つ論点がある。この演繹過程において、仮定される命題Aと命題Bは双方ともに「真」であるという暗黙の前提がある。なぜならBが偽であるとき、 $A \rightarrow B$ が全体として真である保証はないからだ。さらに言えばAが偽の場合も、私が本稿でここまで述べてきたように $A \rightarrow B$ が正しいという保証は同様にない。さらに言えばAもBも正しくないのに $A \rightarrow B$ が(正しい命題として)導出できるはずがなからう。

たとえば本稿1章および3章で示した事例のように、 $A \rightarrow B$ が正しいと思われる場合において、前件・後件ともに偽である場合も全体として真になる場合がありうる。しかしそれはあくまで真である命題Aと真である命題Bとの間に $A \rightarrow B$ が(真である命題として)既に認められている場合においてである(この説明、理解していただけるだろうか?)。

$A \rightarrow B$ が既に正しい関係であると認められている場合と違い、 $A \rightarrow B$ が正しい関係であると未だ認められていない場合に、偽である命題Aと別の偽である命題Bという情報のみでAとBとの間に $A \rightarrow B$ という関係を”演繹”できようはずもない、ということなのである。

もちろんAあるいはBどちらかが偽である場合においても、 $A \rightarrow B$ を導出することはできない。なぜなら $A \rightarrow B$ の真理値表は、A、Bともに真である場合 $A \rightarrow B$ が真であるという前提があって初めて成立するからである。その前提が認められていないのに、Aが偽ならば $A \rightarrow B$ が真となりうるから自動的に $A \rightarrow B$ が成立すると考えるのは明らか

な誤りであると言える。

また、AとBとがともに「正しい」「真」であるとした場合においても、上記の演繹過程においてAとBとは関連性が認められないまま双方が真であるということでA→Bが導出されている。「Aより後の行にBが書き出される」(野矢、148ページ)というルールさえ無視されている。前原氏の”証明”ならばA→(B→A)だって良いのだから。

ここでは命題Aも命題Bも両方正しい(真)ということ以上の情報は与えられていない。「両方正しい」=「ならば」(つまり $A \wedge B \equiv A \rightarrow B$ )であるならば、「ならば」とわざわざ言い換えることに何の意義があるのだろうか? ならば(→、⊃)を全く使わずに全部∧にすれば良いだけである。

また、前原氏が示した演繹による証明は、AもBとの具体的関連性など関係なく、それぞれ別個に真であると認めた上で→(⊃)でつなげたものである。つまり、この条件のもとではA→(A→(B→A))でもB→(A→(B→A))でも、どんな組み合わせでも真となってしまう。いったいこの命題もどきは何を説明するものなのであろうか?

## 6. 結局、具体的事例をもって個別に考えるしかないのでは

私としての結論なのであるが、結局のところ「伴立」の是非は、形式論理として完全に説明することはできず、個別に具体的事例を想定した上で形式論理と照らし合わせていくしかないのではなかろうか。

ヒュームは抽象観念・一般観念といえども、結局のところ「特定の名辞に結びつけられた個別的観念 (*particular ideas*)」(ヒューム、29ページ)にほかならない、「抽象観念は、その代表(表象)の働き (*representation*) においてどれほど一般的になろうとも、それ自体においては個別的なものなのである」(ヒューム、32ページ)と述べている。これは当然論理に関しても言える。いくら論理を形式化したところで、その論理がいったい何を示しているのか、その論理自体が本当に正しいのかどうか、それらを確かめようとするれば、具体的事例・具体的事象をもって示すしか他に方法がないのである。

## <注>

(※注1)  $B \rightarrow (A \rightarrow B)$  は、前件が偽ならば条件文全体が真になるという論理的真理値設定のもとでは、真理値表で示してもトートロジーとなることが“証明”される。しかし論理的真理値設定に何の根拠もない、となればこの命題文がトートロジーであるという保証はなくなってしまう。

(※注2) 前原氏はさらに付け加えて「 $B$ に至る演繹は仮定 $A$ が1度も使われていなくてもよいのです」(前原、42 ページ) とし、

$$\frac{\frac{1}{B}}{A \rightarrow B} \quad 1 \\ B \rightarrow (A \rightarrow B)$$

で良いとしている(前原、43 ページ)。これは論外ではなかろうか? いったいこれは何の論理なのであろうか? 少なくとも現実に適用できる論理ではないし、現実世界の事象・現象によって支持されている論理でもない。

## <引用文献>

池田真治著「哲学演習「論理学入門」補論」(2016年)

(以下のURLからダウンロードできます)

[https://researchmap.jp/multidatabases/multidatabase\\_contents/detail/233038/30d0965a2f00c55beadb92840b81bf9c?frame\\_id=508325](https://researchmap.jp/multidatabases/multidatabase_contents/detail/233038/30d0965a2f00c55beadb92840b81bf9c?frame_id=508325)

(実質含意のパラドクス、厳密含意のパラドクスなどについて。)

M. ダメット著「真理 (1959)」『真理という謎』(藤田晋吾訳、勁草書房、第1版第1刷、1986年: 1~43 ページ)

野矢茂樹著『論理学』(東京大学出版会、1994年)

前原昭二著『記号論理入門』日本評論社、新装版、2005年)

宮国淳著「条件文「 $A$ ならば $B$ 」は命題ではない? ~ 論理学における条件法の真理値設定の問題点」([http://miya.aki.gs/miya/miya\\_report32.pdf](http://miya.aki.gs/miya/miya_report32.pdf))

デイヴィッド・ヒューム著『人間本性論』(木曾好能訳、法政大学出版局、2019年)

## <付録：条件文真理値の3つのパターン>

久木田水生著「条件文の論理」（2012年度）

<http://www.is.nagoya-u.ac.jp/dep-ss/phil/kukita/others/Logic-of-Conditionals.pdf>

8～10 ページの実質含意のパラドクスの項において、いくつか条件文の事例があげられているので、それらについて具体的に考察してみたい。

久木田氏ご自身は、「その理由を聞かされたからといって、その不自然さが払拭されるわけではない」（久木田、10 ページ）と述べられているように、条件文の論理的真理値設定における不自然さがあることを認められており、「条件文の定義は二値原理と外延性の帰結であるならば、それらの原理を採用しない、別な条件文の説明」（久木田、10 ページ）があるのではないかとされていることは付け加えておく。

上記の文献を無償で公開してくださっている久木田氏に謝意を示したい。今回、部分的な分析になってしまったことについての失礼をお許しいただければ幸いである。

### 1. 4つの事例の分析

**（事例1）** ある教員に「テストで60点以上とれたら単位を与える」といわれ（久木田、9 ページ） た場合

A	B	$A \rightarrow B$
60点以上とった	単位もらえた	真
60点以上とった	単位もらえなかった	偽
60点以上とれなかった	単位もらえた	<b>偽(3)</b>
60点以上とれなかった	単位もらえなかった	真

この事例で既に論理的真理値設定は否定されてしまっている。久木田氏もこの表における(3)について「この場合、教官の言ったことは虚偽になるのだろうか。そのように捉えられる可能性もある」（久木田、9 ページ）と述べられている。可能性というより明らかに偽である。

**（事例2）** 咳が出るので病院に行つたとしよう。「医者はおなたに「この薬を飲めば咳は止まります」と告げた（久木田、9 ページ）場合

久木田氏は、咳が収まる要因が薬以外にもありうる場合について考察されている。

A	B	A→B
薬を飲んだ	咳が収まった	真
薬を飲んだ	咳が収まらなかった	偽
薬を飲まなかった (忘れた)	咳が収まった	(3)
薬を飲まなかった (忘れた)	咳が収まらなかった	(4)

この表における(3)について久木田氏は、「医者はその薬を呑むことが咳がすぐ止まることの十分条件であると言っただけで、必要条件であると言ったわけではない」(久木田、9 ページ)、ゆえに「医者の言ったことは嘘になるだろうか? そうではないだろう」(久木田、9 ページ) と説明されている。ならば (3) は”分からない”とすべきではなからうか? 嘘をついたわけでもないが本当であるか確かめられたわけでもない。さらに言えば、(4) についても、久木田氏は「真を入れるのが適当」(久木田、9 ページ) とされているが、薬を呑まなかったのだから薬で咳が収まるのかどうか確かめられなかったのである。結局 (4) も “分からない” とすべきだと思うのだが。この事例も論理的真理値設定を支持するものではない。

なお、このタイプの条件文については本稿 3 章で既に説明している。

**(事例 3)** 「20 歳未満の喫煙は禁じられている」と言われた場合 (久木田、9 ページ)

「20 歳以上だったら喫煙は禁じられていないものと考えるのが普通」(久木田、9 ページ) であるため「前件が後件の必要十分条件になっている」(久木田、10 ページ) ということなので、これも論理的真理値設定を支持するものでもない。

そしてこれは本稿 1 章でも説明したとおり、あくまでルール設定であって真偽関係ではない。この事例は真偽関係を確かめるサンプルとはなりえないと言える。真偽関係として考えるのであれば、

A	B	A→B
命令を守った (真)	罰せられなかった (真)	真
命令を守った (真)	罰せられた (偽)	偽
命令を守らなかった (偽)	罰せられなかった (真)	偽
命令を守らなかった (偽)	罰せられた (偽)	真

というふうになる。事例 1 と同じ真理値である。

**(事例 4)** 「x が 4 の倍数であれば x は 2 の倍数である」(久木田、10 ページ)

ラッセルによると、「数学の命題は基本的に前件と後件に同じ変数が現れる条件文の形式をとる」(久木田、10 ページ)、そしてそれを形式含意と呼ぶそうである。そして「形

式含意が真であるのはその変数にいかなる値を代入した結果も真である時である、と定義される」(久木田、10 ページ)。事例 4 はその一つだそうだ。

この定義そのものがどう考えてもおかしい。「5 が 4 の倍数であれば 5 は 2 の倍数である」は当然間違っているからである。

しかしラッセルは形式含意が真であるために、それさえも真なる命題でなければならぬ、とするというのである。間違いを真と言わねばならないとは、いったいどんな論理なのだろうか？

結局、事例 4 の真理値は、次のようになる。

A	B	$A \rightarrow B$
真	真	真
真	ありえない	不成立
偽	真	不成立 (あるいは偽)
偽	偽	不成立 (あるいは偽)

これは、拙著「条件文「A ならば B」は命題ではない? ~ 論理学における条件法の真理値設定の問題点」( [http://miya.aki.gs/miya/miya\\_report32.pdf](http://miya.aki.gs/miya/miya_report32.pdf) ) 12~13 ページで既に説明している。これも論理的真理値設定を支持するものではない。

## 2. 真理値の 3 つのパターン

ここまでのいろいろな事例を見てきたが、現在分かる範囲で真理値表のパターンを示してみようと思う。

### 2.1. $A \rightarrow B$ において A が B の十分条件、B が A の必要条件である場合

また、「伝統的に論理学においては条件文は必要十分条件ではなく十分条件を表わすものとして使われることの方が多い」(久木田、10 ページ) のであるならば、その真理値は、本稿 2 章で説明したように、次のようになるはずである。ここでは事例 2 がそれにあたる。

A	B	$A \rightarrow B$
真	真	真
真	偽	偽
偽	真	無効 (分からない)
偽	偽	無効 (分からない)

## 2.2. $A \rightarrow B$ においてAがBの必要十分条件である場合

事例1と事例3の（命令を守った） $\rightarrow$ （罰せられなかった）の関係がこれにあたる。

A	B	$A \rightarrow B$
真	真	真
真	偽	偽
偽	真	偽
偽	偽	真

「必要十分条件を表わす結合子を $\equiv$ で表わすことにすれば、 $A \equiv B$ は $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$ によって定義することができる」（久木田、10ページ）とあるが、これに関しては（上記真理値表のもとでは）特に問題ないように思われる。

また久木田氏によれば、「ならば」を必要十分条件として理解するならば、「AならばBとBからAを推論する」「後件肯定の誤謬」（久木田、10ページ）と「AならばBとAの否定からBの否定を推論する」「前件否定の誤謬」（久木田、10ページ）が正しい推論になってしまうとのことであるが、本稿で示した真理値表からはそういった誤謬は導かれないはずである。

## 2.3. ラッセルの言う形式含意の場合

A	B	$A \rightarrow B$
真	真	真
真	ありえない	不成立
偽	真	不成立（あるいは偽）
偽	偽	不成立（あるいは偽）

## 3. 論理的真理値設定を根拠づける事実はどこにもない

野矢氏は、条件文の真理値が同値の真理値とかぶらないように（野矢、30～31ページ）前件が偽・後件が真の場合の全体の真理値を真とする必要がある、と説明されている。しかし、上記2.2の「 $A \rightarrow B$ においてAがBの必要十分条件である場合」の真理値が同値の真理値と同じになってしまうのは事実であるからどうしようもないのである。そもそも真理値を作為的に操作するのはおかしくないだろうか？

一方前件が後件の十分条件である場合（2.1）においては、前件が偽の場合は条件文全体の真理値が分からない。前件が偽の場合は条件文を無効にするのが自然であろう。

ここまで示してきたように条件文の論理的真理値設定は、形式論理ワールドを構築



するためのご都合主義というか、まず設定したい形式論理があつて、真理値をそれに適合するように操作しよう、ということに他ならない。

特にラッセルの言う形式含意に関しては、間違つたことも真にしようというのであるから、いったい何についての論理を構築しようとしているのか理解に苦しむ。

何の根拠も持たないルールを勝手に決めた上で、そこから導かれた形式論理というものは、いったい何を現しているのだろうか？ 実質含意・厳密含意のパラドクスというものが現れるのも当然であると言える。