A→Bが「正しい」とはどういうことなのか
〜真理(値)表とは何なのか

2023年5月16日

宮国淳　（ http://miya.aki.gs/mblog/ ）

※2023年5月20日に第7章・第8章を追加

A→Bが「正しい」とはいったいどういうことなのだろうか？ A∨Bが「正しい」とは、AまたはBのどちらか（あるいは両方）が真である、だけどどちらが正しいのかまでは分からない、という「意味」を持っている。A∧Bが「正しい」とはAもBも真だという「意味」である。

ではA→Bが「正しい」とはどういうことなのか？ これについては非常にあいまいで、おそらくいまだに議論されることもあるのではないかと思われる。

一般的・日常的考え方だと、A→Bが「正しい」とは

Aが真ならばBが真であることが保障される・導かれる

ではないかと思われる。実際、論理学においても

[前件肯定式　MP] A，A⊃BからBを導出してよい（野矢『論理学』66ページ）

・・・つまりA→Bが「正しい」のであればAが「正しい」ときBも「正しい」という解釈ができよう。

本稿ではこの「正しさ」についてより具体的に分析を行う。そしてその分析プロセスにおいて、そもそも真理表（真理値表）とは何なのか改めて検証する必要も出て来るのだ。例えば、「2等辺三角形ならば2つの低角が等しい」という命題について真理表を作成したとき、具体的事実に沿って考えれば下のようになる（表1）。

表1

A	B	A→B	具体例
真	真	真	2等辺三角形ならば2つの低角が等しい
真	偽	偽	2等辺三角形ならば2つの低角が等しくない
偽	真	偽	2等辺三角形でないならば2つの低角が等しい
偽	偽	真	2等辺三角形でないならば2つの低角が等しくない

しかし4行目「2等辺三角形でないならば2つの低角が等しくない」はA→Bが「正しい」ことを示しているのではなく、¬A→¬Bが「正しい」ことを示している。¬A→¬B（つまり真理表4行目）が真であってもそれがA→Bが真となる根拠となるわけでもない。そう

考えると真理表そのものの意義に疑問を抱かざるをえないのである。

ならば、いったい真理表（真理値表）とは何なのだろうか？ さらに真理表の真理値に基づいて導かれるトートロジーとは何なのだろうか？ という疑問も生まれてくるのである。

なお、本稿では下記の文献を参考・引用している。

戸田山和久著『論理学をつくる』（名古屋大学出版会、2000 年）
野矢茂樹著『論理学』（東京大学出版会、1994 年）
前原昭二著『記号論理入門』（新装版、日本評論社、新装版、2005 年）

※ 私自身もいくつか論理学に関するレポートを書いているので参考にしていただければと思います。

選言の真偽とはいったい何なのか：（¬Ａ∨Ｂ）≡（A→B）に根拠はあるのか
http://miya.aki.gs/miya/miya_report38.pdf
命題を（論理学的）トートロジーと決めつけた上でＡ→Ｂの真理値を逆算するのは正当か？
http://miya.aki.gs/miya/miya_report39.pdf
条件文「A ならば B」は命題ではない？ 〜 論理学における条件法の真理値設定の問題点
http://miya.aki.gs/miya/miya_report32.pdf
実質含意・厳密含意のパラドクスは、条件文の論理学的真理値設定が誤っていることの証左である
http://miya.aki.gs/miya/miya_report33.pdf

目次 ※ ()内はページ

１．直観に反するのではなく「事実に反する」

戸田山和久著『論理学をつくる』（名古屋大学出版会、2000 年）では、条件法の論理学的真理値設定に関して、かなり率直な説明がなされている。

> ***真理値の組み合わせだけ****で「ならば」を近似しようというところにそもそも無理がある*（戸田山、40 ページ）

その上で、

> *(1)論理学の限定された目標に役立つ限りで「ならば」を近似すればよいということ，(2)真理値の組み合わせだけで，しかも２値原理を満たすしかたで「ならば」を近似せねばならないという制約条件，この２つを考慮に入れると，ここでの真理表に表されたような仕方で「ならば」を近似するというのは****ベストの選択****なのである。*（戸田山、40 ページ）

・・・と説明されている。
それでも、戸田山氏の説明に根本的な問題があることは

命題を（論理学的）トートロジーと決めつけた上でＡ→Ｂの真理値を逆算するのは正当か？
http://miya.aki.gs/miya/miya_report39.pdf

・・・で既に示した。

戸田山氏は「君がこのボタンを押すならば核ミサイルが発射される」という命題を例に出し（ちょっと趣味が悪いのでは・・・）、

> *問題は，ボタンを押さなかったときにこの命題がもつ真理値だ。真理表によれば，前件 A が偽のときは後件 B の真理値にかかわりなく「A→B」は真になる。そうすると，ボタンを押さなかったときには，この命題はミサイルが飛ぼうが飛ぶまいが真だ。また同様に，ボタンを押さなかったときには，次のような命題も真になっちゃう。「君がこのボタンを押すならば核ミサイルは発射されない」。そうすると「君がこのボタンを押すならば核ミサイルが発射される」も「君がこのボタンを押すならば核ミサイルは発射されない」もボタンを押さなかった場合には両方とも真だ，ということになって，何だか直観に反する。さらには，「１＋１＝３ならば火星には知的生物が存在する」も「１＋１＝３ならば１＋１＝４」も真だとせねばならない。何だか変だ。*（戸田山、40 ページ）

・・・と説明されている。
　些細な事かもしれないが、ここで「直観」という言葉を引き合いに出すことに違和感を持ってしまうのである。「直観」という言葉は結局何も説明していない。戸田山氏の説明では論理学的な真理値設定への違和感は単なるフィーリングでしかないというようなミスリーディングな表現になってしまうのではなかろうか。
　そうではない。**直観に反するのではなく「事実に反する」**のだ。上記の拙著でも説明したが、具体的事例について真理表（真理値表）を作成すると（後件が偽の場合）論理学で定められた真理値と異なる値を示す。では、事実に反する真理値設定をすることがどう「ベスト」なのかという話になってくる。
　哲学者が事実に反する論理形態（？）を構築することで、哲学的問題をどのように解決しようというのであろうか？　事実から乖離していくことが哲学者にとってどうベストなのであろうか？

２．A と B に内容上の関連性がないのであれば、A が偽のとき A→B の真理値を決定する根拠はどこにもなくなる

> *日本語の「ならば」は前件と後件の間に**内容上の関連性**があることを求めるが，「→」はそこに出てくる原子式の内容は問題にせず，ただ**真理値の組み合わせ**だけを問題にする。*（戸田山、81 ページ）

・・・そう取り決めたのであれば、それはそれで良いのではあるが、ならば **A が偽の場合 A→B が真になる根拠がどこにもなくなる**のではなかろうか？
　上記の戸田山氏の説明では、まずは設定された真理値が先にあり、A→Bの正しさ、真偽はその設定された真理値によって定まる、ということになる。
　しかし（後件が偽の場合）真理値が論理学的設定どおりに定まる根拠はそもそもない。ただそう決めただけである。そう決めたからそうなのだ、真と決めたから真なのだ、結局そういうことになるのだ。
　戸田山氏の説明では、A→Bが「正しい」とは具体的にどういうことなのか全く明らかにはなっていないのである。

３．真理表（真理値表）とは何なのか

Ａが偽の場合にＡ→Ｂが「正しい」と思われる場合とはいったいどういう状況なのであろうか？　再び下の事例で考えてみたい。

表１

A	B	A→B	具体例
真	真	真	2 等辺三角形ならば 2 つの低角が等しい
真	偽	偽	2 等辺三角形ならば 2 つの低角が等しくない
偽	真	偽	2 等辺三角形でないならば 2 つの低角が等しい
偽	偽	真	2 等辺三角形でないならば 2 つの低角が等しくない

４行目「２等辺三角形でないならば２つの低角が等しくない」は事実として正しい。しかしこれはＡ→Ｂが「正しい」ということなのであろうか？

そうではない。これは**¬Ａ→¬Ｂが真ということであって、Ａ→Ｂが正しいということを示していない**のである。ならば、真理表（？）はそもそも下のようなものになるべきではなかろうか。

表２

命題	真理値
A→B	真
A→¬B	偽
¬A→B	偽
¬A→¬B	真

・・・ならばそもそも真理表とはいったい何なのだろうか？　真理表は何のために用いるものなのであろうか？

４．選言との比較

（１）同一の対象について説明した条件法の場合

選言における真理表について考えてみよう。「*無門か道元の少なくともどちらかが寺にいる*」（野矢茂樹著『論理学』東京大学出版会、1994 年、18 ページ）という場合である。『論理学』223 ページの説明では下の表（表３）のようになる。「無門か道元の少なくともどちらかが寺にいる、しかしどちらかは分からない」という言及が正しいという前提のもとで、**それがありうる事態かどうかの判断を示した真理表**である。

※ 詳しい内容については、拙著「選言の真偽とはいったい何なのか：(¬Ａ∨Ｂ）≡（A→B）に根拠はあるのか」（ http://miya.aki.gs/miya/miya_report38.pdf ）で説明している。
　ちなみに連言についても、選言と同様に Ａ∧Ｂの真理表はＡ∧Ｂ（無門か道元の両方が寺にいる）が「正しい」という前提のもとでそれがありうる事態かどうかの判断を示したものになっている。

表３

A	B	Ａ∨Ｂ
真（無門は寺にいる）	真（道元は寺にいる）	真
真（無門は寺にいる）	偽（道元は寺にいない）	真
偽（無門は寺にいない）	真（道元は寺にいる）	真
偽（無門は寺にいない）	偽（道元は寺にいない）	偽

Ａ∨Ｂには不確定要素（分からない部分）があり、３つのパターンが考えられうる。ただこれも次のように書き換えることができないだろうか（表４）。

表４

A	B			
真（無門は寺にいる）	真（道元は寺にいる）	Ａ∧Ｂ	＝	Ａ∨Ｂ
真（無門は寺にいる）	偽（道元は寺にいない）	Ａ∧¬Ｂ	＝	Ａ∨Ｂ
偽（無門は寺にいない）	真（道元は寺にいる）	¬Ａ∧Ｂ	＝	Ａ∨Ｂ
偽（無門は寺にいない）	偽（道元は寺にいない）	¬Ａ∧¬Ｂ	≠	Ａ∨Ｂ

では条件法についてはどうだろうか？
表２を表３・表４と同じ考えのもとで作り変えてみた（表２’）。２～３行は（一つの三角形を指して）「２等辺三角形ならば２つの低角が等しい」という説明が「正しい」という前提のもとで、それがありうる事態かどうかで判断している。
すると、Ａ も Ｂ も真のとき以外はありえない事態（偽）ということになってしまう。対象となる三角形は２等辺三角形と決まっているからである。

表２’

命題	A→B が「正しい」ときありえる事態かどうか
A→B	（当然）ありえる（真）
A→¬B	ありえない（偽）
¬A→B	ありえない（偽）
¬A→¬B	ありえない（偽）

一方、A→B を三角形全般における説明と捉えれば、表１・表２のようになる。A→B（2 等辺三角形ならば 2 つの低角が等しい）は一般的に正しいとされているし、¬A→¬B（2 等辺三角形でないならば 2 つの低角が等しくない）も一般的に正しいとされている。それでも A→B の正しさと¬A→¬B の正しさとを混同しない注意が必要である。（論理学における）真理表という手法では誤解を招いてしまう。もちろん A→¬B と¬A→B は「正しくない」とされている。

さらに別の事例で考えてみよう。「Xが犬ならば（A）、Xは動物である（B）」について真理表を作れば、私たちの日常的判断においては次のようになるであろう（表５）。

表５

A→B	真 （ポチは犬である→ポチは動物である）
A→¬B	偽 （ポチは犬である→ポチは動物ではない）
¬A→B	真偽が定まらない （ポチは犬ではない→ポチは動物である）
¬A→¬B	真偽が定まらない （ポチは犬ではない→ポチは動物ではない）

３、4 行目の事態は真偽が定まらないが偽であると断定もできない。これを真とするのは無理がある。そして「ポチは犬である→ポチは動物である」という命題を「正しい」として、それがありうる事態かどうかを判断した上で表を書き直すと下のようになる（表５’）。

表５’

A→B	ポチは犬である→ポチは動物である	（当然）ありえる
A→¬B	ポチは犬である→ポチは動物ではない	ありえない
¬A→B	ポチは犬ではない→ポチは動物である	ありえない
¬A→¬B	ポチは犬ではない→ポチは動物ではない	ありえない

さらに言えば、表３・表４の上３行は実際にＡ∨Ｂそのものが正しくなる組み合わせである。たとえば**「無門が寺にいない∧道元は寺にいる」という事態はＡ∨Ｂの「正しさ」を担保する事態**である。

しかし表５’の場合、¬Ａ→¬Ｂ（ポチは犬ではない→ポチは動物ではない）は当然、Ａ→Ｂ（ポチは犬である→ポチは動物である）の正しさを担保するものではない。Ａ→¬Ｂそして¬Ａ→Ｂについても同様である。

（２）別々の事象の関係について説明した条件法の場合

次に、**ＡとＢとが１つの対象ではなく別々の事象の場合**について考えてみよう。

たとえば今日が遠足の日で、昨日「明日雨が降らなければ遠足に行く」という決定事項が皆に知らされていたとする。さて遠足当日になったとき、天気と遠足との関係は次のようになると考えられる。「明日雨が降らなければ遠足に行く」という説明が「正しい」という前提で考えられるものである。

表６

A	B	A→B
雨が降らない	遠足に行く	真
雨が降らない	遠足に行かない	偽
雨が降る	遠足に行く	偽
雨が降る	遠足に行かない	真

ただ、これも先に述べたように４行目は¬A→¬B が真であることが示されているだけである。この事例においては A→B が「正しい」ときに¬A→¬B も「正しい」ことが事実として示されている。しかし表５’と同様に、¬Ａ→¬Ｂで示されている事態はＡ→Ｂが「正しい」可能性は示しているかもしれないが、「正しさ」を決定するものではない（しかも一定のニュアンスを読み取ることを前提とした上での判断である）。

もし「雨が降らなければ散歩に行く」という説明が決定事項として定められたことではなく、ただ「雨が降らない」ならば「散歩に行く」という単なる”説明”が「正しい」というニュアンスを前提とし、それが「正しい」場合にありうる事態として考えれば、論理学的真理値設定と同じ値をとるとも考えられる（表７）。ただこれも非常に**特殊なニュアンスを読み取ることを要求する設定**ではあるし、３行目は真というより、ただ矛盾しないだけ、”真偽判断不可能”と見做すこともできよう。

表７

A→B	真理値
雨が降らない→散歩に行く	真
雨が降らない→散歩に行かない	偽
雨が降る→散歩に行く	真？（雨が降る場合、散歩に行くかどうかは決められていない）
雨が降る→散歩に行かない	真（雨が降れば散歩に行かない）

そして、表７の場合**「雨が降る→散歩に行く」という事態は、「雨が降らない→散歩に行く」という説明の「正しさ」を裏付ける事態ではない。**「雨が降らなければ散歩に行く」の正しさを担保しない事態なのである。（少々くどくなってしまい申し訳ないが）Ａ→Ｂと矛盾しないだけであって A→B の「正しさ」を担保しない事態なのである。既に説明したが、ここが選言の場合（表３・表４）と異なる部分である。

同様に４行目の事態も、Ａ→Ｂの「正しさ」を担保しない事態であることに変わりはない。¬A→¬B が「正しい」という事実のみからは A→B が「正しい」という根拠づけはできない。雨が降って散歩に行かないからといって、「雨が降らなければ散歩に行く」ことが裏付けられる、根拠づけられるわけではないからである。**ＡとＢとが１つの対象ではなく別々の事象の場合も、真理表の２～４行目の事態は、Ａ→Ｂの「正しさ」を担保する根拠になりえない**ものなのだ（表７'）。

表７'

雨が降らない→散歩に行く	Ａ→Ｂ	真
雨が降らない→散歩に行かない	Ａ→￢Ｂ	A→B の「正しさ」を根拠づけてはいない
雨が降る→散歩に行く	￢Ａ→Ｂ	〃
雨が降る→散歩に行かない	￢Ａ→￢Ｂ	〃

５．￢A からは A→B の「正しさ」を根拠づけることはできない

前原昭二著『記号論理入門』（新装版、日本評論社、新装版、2005 年）ではトートロジーの一つとして、￢A→（A→B）が挙げられている（前原、64 ページ）。

本稿における説明を読まれたらご理解いただけると思うのだが、￢A は A→B が「正しい」という根拠になりえない。

具体的に考えてみても、「２等辺三角形ではない→（２等辺三角形ならば２つの低角は等しい）」「雨が降らなかった→（雨が降るならば散歩に行く）」という意味不明な文章になってしまうだけである。"*近似*"（戸田山、40 ページ）にさえなっていない。近似しようにも真理表という形式が間違っているのである。

6. A→Bが「正しい」ということは、Aが正しく、そしてBが正しいということが示されて初めて明らかになるもの

真理表そのものがミスリーディングなことは明らかである。A→B は真理表になじまない。¬A→¬B の「正しさ」を A→B の「正しさ」と混同してしまっているからである。いったい真理表は何を示す表なのか、それすら不明である。論理に対する誤解を招いてもいる。

¬A→¬Bが真だとしてもA→Bの正しさは結局AとBの真偽が具体的に示されることにより確かめられるものであって、¬A→¬Bから導かれる・根拠づけられるものではないからだ。

[前件肯定式　MP] A，A⊃B から B を導出してよい（野矢『論理学』66 ページ）

・・・とは、A→Bという抽象的な”何か”が具体的事実・事態を離れて「正しい」ものとして存在しているかのような錯覚を抱かせるかもしれない。しかし、その「正しさ」は具体的事例を持ち出す以外に確かめようがない。**A→Bが「正しい」ということは、Aが正しく、そしてBが正しいということが具体的に示されて初めて明らかになるものであって、それ以外にA→Bの「正しさ」を示すものはない**のである。

（論理学における）**真理表が無効なものであるとすれば、その真理表を根拠とする論理学的トートロジーも無効ではなかろうか。**そもそも論理学的トートロジーが根拠のない論理学的真理値設定によりもたらされているものだからである。

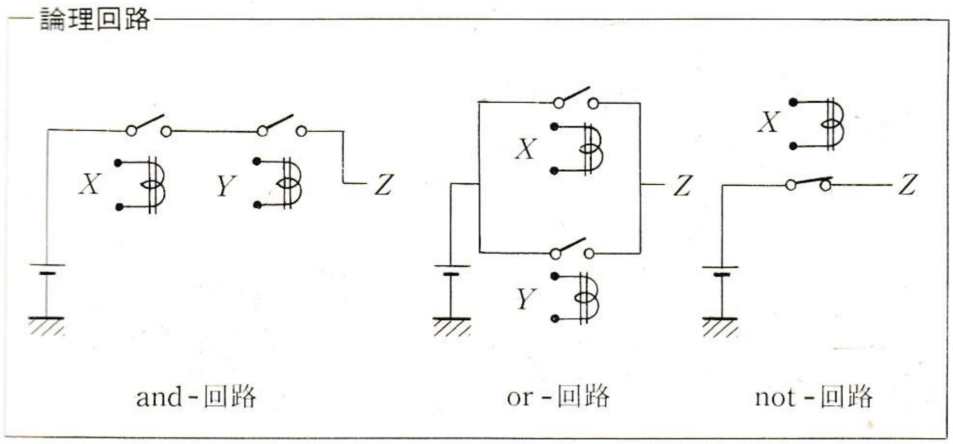
常に正しい事実、あるいは特定の条件において常に正しい事実というものは実際にある。しかしそれはただ事実として「正しい」のであって、論理学的トートロジーとして「正しい」わけではないのだ。

（論理学における）真理表は、論理の真偽を確かめる表ではなく、何か他の用途で用いられうるのかもしれない。しかし少なくとも論理の「正しさ」を表現するのには適さないものなのではなかろうか。

※ トートロジーと論理学的真理値設定に関しては、拙著「命題を（論理学的）トートロジーと決めつけた上でA→Bの真理値を逆算するのは正当か？」(http://miya.aki.gs/miya/miya_report39.pdf ）でも詳しく説明しているので参考にしてください。

７．命題論理は電子回路と電流が流れるかどうかの関係として捉えなおすこともできる

命題論理は、電子回路と電流が流れるかどうかの関係として捉えなおすことができる。野矢著『論理学』46～48 ページで電子回路が扱われている。



（野矢著『論理学』47 ページより）

Ｘ、Ｙの電磁石に電流が流れスイッチがオンあるいはオフになったとき、電流が回路に流れるのかどうか・・・ということである。これならば真理表（といっても真理値の表ではないのだが）の形式も問題なく使うことができる（表８）。もちろん論理の形式は多少なりとも変化するとは思うが。

表８

X への電流	Y への電流	電流が流れるかどうか	
		and-回路	or-回路
on	on	流れる	流れる
on	off	流れない	流れる
off	on	流れない	流れる
off	off	流れない	流れない

そして、次にように捉えなおすことができる。

トートロジー：どのスイッチがオンでもオフでも常に電流が流れる回路

健全性：常に電流が流れる回路を特定の組み合わせ（公理？）で組み合わせてもやはり常に電流が流れる

完全性：常に電流が流れる回路は、特定の組み合わせのもとで組み合わされた回路である

しかしここで**電流が流れるか流れないかを真偽関係と混同してはならない。**これらの関係を私たちの日常生活における言語の意味、あるいは日常生活における論理から説明しようとすると”論理的に”辻褄が合わなくなる（それが論理学である）。

私たちにとって日常的な真偽関係がまずあって、それに電子回路の構成を近づけるのであって、私たちの思考が電子回路に寄せられてはならないし、その論理で現実問題を考えようとしてはならない。それが哲学的問題になればなおさらである。

計算機も、まずは私たちが把握する算数・数学というものがまずあって、電子回路はそれに対応できるように組まれるものである。

８．一つの事実として常に「正しい」認識というものは実際にあるが、それは論理学的トートロジーとして「正しい」わけではない

私たちの日常的、または科学的思考において論理学的トートロジーというものがアプリオリに存在しているわけではない。一つの事実として（特定の条件のもとで）常に「正しい」事実認識というものは実際にある。繰り返すがそれはあくまで**一つの事実として常に正しいのであって論理学的トートロジーとして正しいわけではない。**これは論理学がもたらす誤った認識の一つである。

少なくともＡ∨￢Ａはトートロジーではないか、と問われるかもしれない。しかしそれも一つの事実として正しいだけであって、一見 A は真と偽との真理値をとりうるように見えるかもしれないが、結局のところ A∨￢Ａが￢Ａ∨Ａとなり単に書く順番が入れ替わっただけになる。Ａ∨￢Ａの持つ意味（∨の持つ意味）としてＡと￢Ａとの順番はそもそも問われないはずである。

日常的論理、さらには科学研究で用いられる論理において、アプリオリに論理学的トートロジーというものが存在しているわけではない。日常的（さらには科学的）事実と相容れない真理表（真理値表）という手法を導入し、架空の真理値というものを設定した上でトートロジーというものがあるかのように見せかけているだけなのである。

まずこの事実を認識した上で、電子回路と論理というものの擦り合わせを行うべきであって、（くどくて申し訳ないが）私たちの日常論理として論理学的トートロジーが（アプリオリとして）あるという誤った認識は捨てなければならないと思うのだ。